

MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN PENALARAN SPASIAL SISWA SMP PADA KONSEP VOLUME DAN LUAS PERMUKAAN DENGAN PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK INDONESIA

Nurlatifah¹, Aris Hadiyan Wijaksana², Wardani Rahayu³

¹Universitas Negeri Jakarta, ²Universitas Negeri Jakarta, ³Universitas Negeri Jakarta
¹nurlatifah.pmb09@rocketmail.com, ²aris_hadiyan@unj.ac.id, ³wdrahayu@unj.ac.id

Abstrak

Kemampuan penalaran spasial merupakan salah satu kemampuan yang dibutuhkan dalam membangun kemampuan struktur spasial siswa, yaitu kemampuan memahami struktur susunan kubus satuan yang diintegrasikan dan dikoordinasikan dalam ruang tiga-dimensi, guna memahami konsep volume dan luas permukaan suatu bangun ruang. Di sekolah menengah pertama, pembelajaran konsep volume dan luas permukaan dilaksanakan dengan pendekatan mekanistik yang mengedepankan pengetahuan prosedural siswa. Hal ini menyebabkan siswa tidak memahami konsep volume dan luas permukaan serta keterkaitan kedua konsep tersebut dengan baik. Demi mengatasi hal tersebut, inovasi pembelajaran harus dilakukan. Penelitian ini menyajikan serangkaian kegiatan pembelajaran yang melibatkan kemampuan penalaran spasial siswa dan memungkinkan siswa untuk melakukan matematisasi pada situasi kontekstual dengan menggunakan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). *Desain research* dipilih sebagai sarana yang tepat untuk mencapai tujuan pembelajaran. Pada penelitian ini, rangkaian kegiatan pembelajaran didesain berdasarkan atas hipotesis lintasan belajar siswa. Penelitian ini telah dilakukan pada siswa kelas 8 SMPI Al-Azhar 12 Rawamangun, Jakarta.

Kata kunci: Penalaran spasial, Volume dan luas permukaan, *Desain research*, Pendidikan Matematika Realistik Indonesia

A. PENDAHULUAN

Pengukuran merupakan salah satu standar isi dalam standar matematika SMP (NCTM, 2000; KTSP, 2006). Konsep ini merupakan konsep yang dapat membangun keterkaitan antar konsep matematika dan antara konsep matematika dengan disiplin ilmu lain. Salah satu konsep matematika yang erat kaitannya dengan pengukuran adalah geometri.

Clement dan Battista menyatakan bahwa kemampuan yang perlu dikuasai oleh siswa dalam mempelajari konsep geometri adalah kemampuan penalaran spasial (Clement dan Battista, 1992: 420). Menurut Clement dan Battista, kemampuan penalaran spasial adalah kemampuan yang meliputi proses kognitif seseorang dalam merepresentasikan dan memanipulasi benda ruang serta hubungan dan transformasi bentuknya. Kemampuan ini meliputi aspek visualisasi spasial dan orientasi spasial, seperti keterampilan membaca gambar dan merepresentasi gambar dua-dimensi dari objek tiga-dimensi berdasarkan berbagai arah pandang. Menurut *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM, 2000), kemampuan ini merupakan salah satu kemampuan yang dijadikan sebagai salah satu kompetensi dasar bagi siswa dalam mempelajari konsep volume dan luas permukaan di sekolah menengah.

Makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema "*Penguatan Peran Matematika dan Pendidikan Matematika untuk Indonesia yang Lebih Baik*" pada tanggal 9 November 2013 di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Usiskin, dalam Olkun, menyatakan bahwa kurikulum matematika pada pembelajaran geometri saat ini tidak memberikan kesempatan yang cukup bagi siswa untuk mengembangkan kemampuan spasialnya (Olkun,2003:1). Hal ini juga terjadi pada kurikulum pembelajaran matematika tingkat sekolah menengah di Indonesia pada pokok bahasan volume dan luas permukaan. Pembelajaran matematika mengenai konsep volume dan luas permukaan pada sekolah menengah di Indonesia memfokuskan pembelajaran pada perhitungan prosedural dengan kegiatan pembelajaran yang bersifat mekanistik (guru mendiktekan rumus dan prosedur kepada siswa). Dengan demikian, siswa tidak mendapatkan kesempatan yang cukup untuk bereksplorasi dengan kegiatan yang berhubungan dengan kemampuan penalaran spasial sehingga tidak dapat memahami konsep volume dan luas permukaan dengan baik. Selain itu, siswa juga tidak dapat memahami keterkaitan antar konsep volume dan luas permukaan yang merupakan bekal dalam memecahkan permasalahan sehari-hari.

Proses pembelajaran mengenai volume dan luas permukaan sudah semestinya diubah. pembelajaran sepatutnya dapat memfasilitasi siswa untuk bereksplorasi dalam kegiatan pembelajaran yang berhubungan dengan kemampuan penalaran spasial agar siswa dapat memahami konsep volume, luas permukaan, dan keterkaitan kedua konsep tersebut. Perkembangan kognitif rata-rata siswa pada jenjang sekolah menengah pertama berada pada tahap peralihan dari tahap berpikir konkret ke tahap berpikir formal, maka dalam membangun konsep matematika seharusnya pembelajaran berangkat dari hal yang konkret ke hal yang abstrak. Dengan demikian, inovasi pembelajaran ini dapat dilakukan menggunakan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).

Berdasarkan hal di atas, maka dalam penelitian ini akan dikembangkan sebuah desain pembelajaran dengan memperhatikan prinsip-prinsip pendekatan pembelajaran PMRI sebagai upaya mengembangkan kemampuan penalaran spasial siswa guna memahami konsep volume dan luas permukaan bangun ruang. Tujuan penelitian ini adalah untuk memberikan kontribusi bagi pengembangan teori instruksional lokal pada pengembangan kemampuan penalaran spasial siswa SMP mengenai konsep volume dan luas permukaan dengan pendekatan PMRI. Konsekuensinya, isi utama dari penelitian ini diformulasikan dalam rumusan masalah berikut: “Bagaimana peranan PMRI dalam mengembangkan kemampuan penalaran spasial siswa SMP guna mendukung pemahaman konsep volume dan luas permukaan kubus dan balok?”.

KAJIAN TEORI

Kajian teori ini merupakan dasar dalam merancang desain pembelajaran tentang pengukuran volume dan luas permukaan dengan pendekatan PMRI. Pada bagian ini akan dibahas mengenai pendekatan PMRI, pengukuran volume dan luas permukaan kubus, serta bagaimana kemampuan penalaran spasial terlibat dalam pengukuran volume dan luas permukaan tersebut.

1. Pengukuran Volume dan Luas Permukaan Kubus dan Balok

Pengukuran merupakan suatu proses menentukan besaran suatu objek dengan cara membandingkan besarnya dengan besaran pada objek lain sebagai unit satuan (Walle, 2008: 370). Selain itu, Martin menyatakan bahwa pengukuran meliputi kuantitas pada konsep yang berkaitan dengan keruangan maupun non-keruangan (Martin, 2007:3). Terkait dengan pengukuran bangun datar (luas) maupun bangun ruang (volume), terdapat beberapa konsep dasar yang dikembangkan oleh Lehler yang perlu diketahui. konsep dasar tersebut adalah: *Unit – attribute relations* (ketepatan satuan), *iteration* (iterasi), *tiling* (satuan yang tidak tumpang tindih), *identical unit* (kekongruenan satuan), *Standardization* (standar baku), *Proportionality* (penggunaan satuan yang proporsional), *Additivity* (penyusunan besaran), *Origin / zero-point* (titik asal) (Martin, 2007: 29).

Istilah volume dapat digunakan sebagai kapasitas suatu wadah, namun dapat juga digunakan untuk ukuran suatu bangun ruang (Walle,2008:26). Penentuan volume dapat dilakukan dengan dua metode, yaitu metode *filling* (mengisi) dan *packaging* (membungkus) (Curry dan Outhred, 2005: 270-271). Metode *filling* yaitu metode menentukan volume suatu bangun ruang dengan cara mengisi bangun ruang tersebut menggunakan suatu zat cair hingga penuh. Pada metode *packaging*, penentuan volume dilakukan dengan menyusun kubus-kubus

satuan secara berulang hingga membentuk bangun tiga-dimensi. Pada hal ini, kubus satuan merupakan satuan yang merupakan besaran bagi bangun ruang yang ingin ditentukan volumenya.

Luas merupakan ukuran kuantitatif dari permukaan dua dimensi pada suatu batas tertentu (Isiskal, 2010: 62). Hal senada juga dinyatakan oleh Dyke dkk yang mendefinisikan luas sebagai ukuran dari permukaan atau jumlah ruang dalam bidang dua-dimensi (Dyke, 2007: 612). Adapun luas permukaan merupakan total jumlah dari luas seluruh sisi yang menyelimuti suatu bangun ruang tertentu.

Pengukuran luas permukaan dapat dilakukan dengan menjumlahkan luas seluruh sisi bangun ruang. Sisi-sisi permukaan kubus merupakan bangun datar berbentuk persegi dan sisi-sisi balok merupakan bangun datar berbentuk persegi panjang. Berdasarkan hal itu, pengukuran luas permukaan kubus dan balok adalah kegiatan menghitung jumlah luas persegi maupun persegi panjang pada seluruh sisi permukaan kubus dan balok.

2. Penalaran Spasial pada Pembelajaran Geometri

Kemampuan penalaran spasial adalah salah satu kemampuan yang perlu dikuasai oleh siswa dalam mempelajari konsep geometri (Clement dan Battista, 1992:420). Kemampuan ini meliputi kemampuan orientasi spasial dan kemampuan visualisasi spasial (NCTM, 2000). Orientasi spasial berkenaan dengan kemampuan memahami posisi suatu objek berdasarkan orientasi atau posisi pandang, sedangkan visualisasi spasial erat kaitannya dengan mengidentifikasi dan menggambar bangun datar maupun bangun ruang (Clement dan Battista, 1992:444; Unal dkk, 2009: 1000; Velez dkk, 2005: 2). Dengan demikian, penalaran spasial yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan siswa dalam membayangkan, merepresentasikan, memanipulasi, dan mentransformasi informasi visual dalam konteks keruangan, serta memperkirakan posisi dan representasi suatu objek secara akurat berdasarkan perubahan orientasinya.

3. Kemampuan Penalaran Spasial pada Pengukuran Volume Kubus dan Balok

Kemampuan penalaran spasial diperlukan dalam memahami struktur susunan kubus satuan pada kegiatan menyusun kubus satuan dalam pembelajaran volume. Proses menghitung kubus satuan pada pembelajaran volume melibatkan kemampuan penalaran spasial oleh siswa. Siswa yang tidak memiliki kemampuan penalaran spasial yang cukup baik memungkinkan untuk menghitung kubus satuan dua kali atau tidak memperhatikan beberapa kubus satuan yang tidak terlihat sebagai kubus satuan penyusun kubus bangunan. Selain itu, siswa harus melibatkan kemampuan mental koordinasi dalam proses bernalar spasial untuk mengetahui bahwa terdapat beberapa kubus satuan yang terlibat dua kali dalam berbagai pandang.

Terdapat tiga tingkatan siswa dalam menghitung volume bangunan kubus yang terdiri dari susunan kubus-kubus satuan (Olkun, 2003: 9). Ketiga tingkatan tersebut adalah:

- 1) Tingkat pertama, siswa memandang bangunan kubus sebagai "*cubes as faces*" (kubus sebagai sisi). Pada tingkat ini, siswa hanya menghitung kubus berdasarkan satu pandangan kubus saja. Siswa tidak menyadari bahwa terdapat bagian kubus satuan yang tidak terlihat. Hal ini membuat bagian kubus yang tak terlihat luput dari perhitungan siswa.
- 2) Tingkat kedua, siswa memahami susunan kubus satuan sebagai "*bunch of cubes*" (sekelompok kubus). Pada tingkat ini, siswa menyadari sifat isi dalam ruang dan sifat tiga dimensi dari kubus-kubus satuan tersebut namun belum menyadari bahwa kubus-kubus satuan itu tersusun dengan terstruktur. Dengan demikian, siswa menghitung semua kubus satuan di dalam dan di luar bangunan kubus namun tidak terorganisir.
- 3) Tingkat ketiga, siswa memahami susunan kubus sebagai kubus yang terorganisasi. Pada tingkatan ini, siswa memahami pola iterasi dari susunan kubus pada kolom atau baris. Dengan demikian, siswa dapat melakukan perhitungan secara melompat, penjumlahan, dan perkalian iterasi yang berturut-turut.

4. Kemampuan Penalaran Spasial pada Pengukuran Luas Permukaan Kubus dan Balok

Siswa yang memiliki kemampuan penalaran spasial yang baik akan memahami bahwa susunan kubus satuan pada pembelajaran volume juga berarti dalam menentukan luas permukaan bangun tersebut (Martin, 2007: 65). Susunan kubus-kubus pada setiap sisi permukaan oleh pandangan ortogonal (gambar kubus dari sisi depan, samping, dan atas) dapat terlihat sebagai

susunan persegi satuan pada bidang dua dimensi. Struktur susunan persegi tidaklah mudah dimengerti oleh siswa, namun bentuk baris yang beriterasi merupakan pondasi yang kuat bagi siswa untuk memahami struktur susunan persegi tersebut (Martin, 2007: 42). Hal ini dikarenakan penghitungan total jumlah unit persegi melibatkan proses struktural oleh siswa (Martin, 2007: 42). Dengan demikian, pemahaman siswa akan lapisan susunan kubus satuan yang terstruktur pada bangunan kubus satuan tersebut dapat memudahkan siswa dalam mengukur luas permukaan bangun tersebut.

5. Pendidikan Matematika realistik Indonesia (PMRI)

Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) merupakan pendekatan pembelajaran matematika yang diadopsi dari pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME) yang telah sukses diterapkan di Belanda sejak tahun 1970-an. *Realistic Mathematics Education* (RME) adalah pendekatan pembelajaran di bidang matematika yang didasari pada pengalaman-pengalaman siswa dan siswa sendiri yang akan mengaitkan antara pengalaman-pengalaman tersebut dengan konsep-konsep matematika ke dalam pikirannya (Sarjiman, 2006:78). Pembelajaran matematika realistik di kelas berorientasi pada karakteristik-karakteristik *Realistic Mathematics Education* (RME). Siswa mempunyai kesempatan untuk menemukan kembali konsep-konsep matematika atau pengetahuan matematika formal dan selanjutnya siswa diberi kesempatan mengaplikasikan konsep-konsep matematika untuk memecahkan masalah sehari-hari atau masalah dalam bidang lain.

Berikut ini merupakan karakteristik Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) berdasarkan karakteristik *Realistic Mathematics Education* (RME) yang dijadikan acuan dalam penerapan pembelajaran matematika di kelas. Terdapat lima karakteristik Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) yang dikemukakan oleh Treffers dalam Bakker, yaitu: *Phenomenological Exploration* (penggunaan konteks), *Using Models and Symbols for Progressive Mathematization* (penggunaan model), *Using Students' own Constructions and Productions* (penggunaan hasil produksi dan konstruksi siswa), *Interactivity* (interaktivitas), dan *Intertwinement* (keterkaitan antar konsep matematika) (Treffers, 2004:6).

B. METODE PENELITIAN

Sasaran penelitian ini adalah siswa Indonesia kelas 8 SMP/MTs. Penelitian ini merupakan bagian dari suatu *design research*. Terdapat tiga fase penelitian pada jenis penelitian *design research* yang terjadi proses siklik pada tiap fasenya. Ketiga fase tersebut adalah: *Thought Experiment* (eksperimen hasil pemikiran), *Instruction Experiment* (Eksperimen pembelajaran), dan *Retrospective analysis* (analisis retrospektif) (Gravemeijer dan Cobb, 2006:47).






Teori dan penelitian yang terkait dengan penelitian ini dikaji selama fase eksperimen hasil pemikiran. Teori-teori tersebut kemudian menjadi landasan pengembangan *local instruction theory* atau teori instruksi lokal. Teori instruksional lokal mengenai pembelajaran volume pada penelitian ini merupakan hasil kajian dari teori instruksional lokal pada penelitian yang telah dilakukan oleh Kusumaningrum mengenai penerapan pendekatan PMRI dalam upaya mengembangkan kemampuan visualisasi spasial siswa pada pokok bahasan volume kubus dan balok.

Teori instruksi lokal kemudian menjadi kerangka dalam mengembangkan Hipotesis Lintasan Belajar (HLB). Hipotesis Lintasan Belajar (HLB) merupakan dugaan mengenai lintasan belajar yang dilalui siswa pada pembelajaran volume dan luas permukaan kubus dan balok. HLB ini merupakan panduan dalam melaksanakan pembelajaran matematika di kelas selama fase eksperimen pembelajaran. Data selama fase eksperimen mengajar akan dianalisis guna memperbaiki pembelajaran selanjutnya dan teori instruksional lokal.

Penelitian ini telah melibatkan 32 siswa kelas 8 SMPI Al-Azhar Rawamangun, Jakarta Timur. Rangkaian penelitian dilaksanakan sejak desember 2012 hingga juli 2013. Pada penelitian ini, didesain serangkaian pembelajaran yang terdiri dari lima aktivitas inti, yaitu “Menggambar susunan “lilin mainan”, membangun dan menghitung kubus satuan pada balok bangunan, Memprediksi banyaknya kubus satuan dan persegi satuan, menentukan panjang rusuk-rusuk

kotak, dan menentukan luas seluruh sisi susunan kubus yang terkena cat”. Berikut adalah hipotesis lintasan belajar pada penelitian ini:

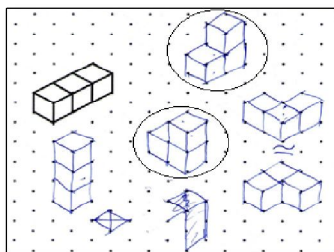
Tabel 1. Hipotesis Lintasan Belajar (HLB)

Rangkaian aktivitas	Tujuan	Deskripsi
Menggambar susunan "lilin mainan" 	Siswa dapat merepresentasikan susunan objek tiga-dimensi ke dalam bentuk gambar dua-dimensi berdasarkan atas posisi pandang yang berbeda dan memahami bagian interior kubus	Siswa merepresentasikan susunan kubus satuan yang diperlihatkan guru ke dalam gambar dua-dimensi pada kertas isometric dot dan menggambarkan tampilan sisi depan, samping, dan atas susunan kubus satuan pada kertas square-dot.
Membangun dan menghitung balok bangunan 	Siswa dapat membangun balok bangunan berdasarkan atas gambar pandangan yang berbeda	Siswa membangun atau menyusun kubus satuan berdasarkan gambar susunan kubus pada tampak depan, samping, dan atas yang diberikan oleh guru, kemudian siswa menentukan jumlah kubus satuannya.
Memprediksi banyaknya kubus satuan dan persegi satuan 	<ul style="list-style-type: none"> Siswa dapat memprediksi jumlah kubus satuan yang dapat memenuhi kotak Siswa dapat memprediksi jumlah persegi satuan yang dapat memenuhi permukaan kotak 	Siswa diberikan kotak transparan berukuran 5x4x3 kubus satuan dan 10 kubus satuan oleh guru. Siswa diminta memprediksi jumlah kubus satuan yang dapat memenuhi kotak transparan tersebut.
Menentukan panjang rusuk-rusuk kotak 	Siswa dapat menentukan berbagai kemungkinan panjang rusuk-rusuk kubus atau balok yang dapat menampung sejumlah kubus satuan tertentu	Siswa menentukan ukuran-ukuran kotak yang mungkin dapat memuat sejumlah kubus satuan yang telah ditentukan oleh guru.
Menentukan luas seluruh sisi susunan kubus dan membuat jaring-jaring 	<ul style="list-style-type: none"> Siswa dapat menentukan luas seluruh sisi susunan kubus Siswa dapat membuat jaring-jaring kubus atau balok Siswa dapat memahami perubahan luas permukaan pada bangun-bangun balok atau kubus dengan volume sama 	Siswa menentukan ukuran luas permukaan beberapa susunan kubus satuan dengan jumlah kubus satuan yang sama.

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa konteks menghitung lilin mainan dan mengecat properti pameran mampu mengembangkan kemampuan penalaran spasial siswa sehingga siswa mampu memahami konsep volume dan luas permukaan kubus dan balok, serta keterkaitan kedua konsep tersebut dengan baik. Rangkaian kegiatan yang memiliki tujuan pembelajaran yang berkesinambungan pada konteks ini mampu menghantarkan siswa memahami struktur susunan kubus satuan pada pengukuran volume dengan metode membungkus (*packaging*) dan “menemukan” kembali rumus volume kubus dan balok. Pada kegiatan pengukuran luas permukaan, konteks yang digunakan adalah konteks mengecat. Konteks ini juga mampu menghantarkan siswa “menemukan” kembali rumus luas permukaan kubus dan balok dan keterkaitan konsep volume dan luas permukaan pada hal optimalisasi luas permukaan.

Pada kegiatan menggambarkan susunan “lilin mainan”, secara umum terdapat dua strategi siswa dalam manggambar yaitu menyusun kubus satuan terlebih dahulu dan hanya membayangkan susunan kubus tanpa menyusunnya. Penggunaan kubus satuan sebagai *model of* “lilin mainan” mampu menghantarkan beberapa siswa memahami gambar isometrik (yaitu gambar-gambar yang akan menghasilkan benda yang sama jika diputar atau dilihat dari berbagai arah) , seperti pada gambar 1 berikut:

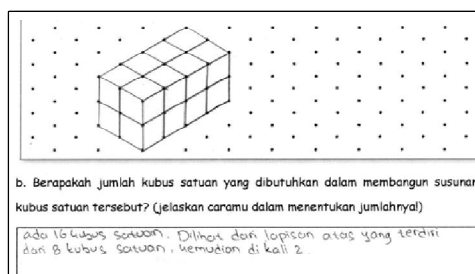


Gambar 1. Siswa memahami gambar isometrik pada gambar susunan kubus

Selain itu, siswa mampu merepresentasikan susunan kubus dengan memperhatikan bagian interior kubus. Hal-hal tersebut terjadi seiring berkembangnya kemampuan visualisasi dan orientasi spasial siswa dengan pemanfaatan model dan interaktivitas antar siswa. Kemampuan ini berperan sebagai dasar dalam memahami pengukuran volume dan luas permukaan kubus dan balok.

Kemampuan visualisasi spasial siswa dalam memahami bagian interior susunan kubus mengalami perkembangan dalam membayangkan pergerakan objek visual. Hal ini terjadi pada aktivitas membangun kubus satuan. Secara umum, siswa membangun susunan kubus berdasarkan atas gambar posisi pandang yang termudah menurut mereka.

Beberapa strategi siswa muncul dalam menentukan jumlah kubus satuan yang dibutuhkan dalam membangunnya. Beberapa siswa menghitung kubus satuan satu persatu, namun sebagian besar mampu menghitung dengan menjumlahkan banyaknya kubus satuan pada tiap-tiap lapisan susunan kubus (lihat gambar 2), baik lapisan baris maupun lapisan kolom.



Gambar 2. Perhitungan jumlah kubus satuan berdasarkan pemahaman kubus yang terorganisir pada lapisan baris

Strategi ini muncul seiring dengan pemahaman siswa mengenai susunan kubus yang terorganisir. Pada beberapa siswa, model kubus satuan yang berwarna warni memudahkan mereka dalam memahami susunan kubus yang terorganisasi pada setiap lapisannya, baik lapisan baris maupun lapisan kolom. Hal ini akan menjembatani siswa untuk “menemukan” kembali rumus volume kubus dan balok.

Kegiatan memprediksi jumlah kubus yang dibutuhkan untuk mengisi kotak transparan menggunakan sepuluh kubus satuan mampu merangsang siswa menempatkan kubus-kubus tersebut pada masing-masing rusuk kotak sebagai representasi kotak. Hal ini berhasil dilakukan oleh beberapa siswa, sementara siswa yang lain menggunakan sepuluh kubus satuan tersebut pada lapisan baris atau kolom. Terbatasnya jumlah kubus yang diberikan tidak menjadi hambatan yang berarti bagi siswa seiring dengan berkembangnya pemahaman siswa dalam memahami bagian interior kubus dan kubus satuan yang terorganisir pada setiap lapisan.

Selain memprediksi kubus satuan, siswa juga diminta untuk menentukan jumlah persegi satuan yang tampak pada masing-masing sisi susunan kubus. Strategi yang dilakukan oleh siswa

dalam menentukan jumlah kubus satuan juga digunakan siswa dalam menentukan jumlah persegi satuan. Secara keseluruhan, kemampuan visualisasi spasial siswa dalam melihat dan menggambarkan susunan kubus dari berbagai posisi pandang, yang dikembangkan pada pertemuan pertama, membantu siswa dalam menentukan jumlah persegi satuan yang dapat memenuhi permukaan kotak. Seluruh siswa dapat memahami bahwa jumlah seluruh persegi satuan yang memenuhi permukaan kotak merupakan luas permukaan kotak transparan yang diberikan.

Pada HLB awal, kegiatan menentukan ukuran rusuk-rusuk kotak dan menentukan jumlah persegi satuan merupakan kegiatan keempat dan kelima yang akan dilaksanakan secara terpisah. Melihat kemampuan penalaran spasial siswa yang berkembang dengan baik selama aktivitas satu hingga tiga, maka dilakukan perubahan HLB dengan menggabungkan kegiatan menentukan ukuran rusuk-rusuk kotak dan menentukan jumlah persegi satuan menjadi satu aktivitas. Aktivitas ini bertujuan agar siswa memahami konsep kekekalan volume dan perubahan luas permukaan pada bangun-bangun dengan volume sama.

Penggunaan konteks mengecat properti pameran, adanya interaksi antara siswa dengan guru dan antar siswa, dan pemanfaatan model mampu menghantarkan siswa memahami konsep kekekalan volume. Siswa juga mampu memahami bahwa kekekalan volume tersebut tidak beriringan dengan kekalnya luas permukaan bangun tersebut. pada akhir pembelajaran, siswa mampu menyimpulkan bahwa diantara bangun-bangun kubus dan balok dengan volume sama, kubus merupakan bangun yang memiliki luas permukaan minimum.

D. SIMPULAN DAN SARAN

1. Simpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini, merujuk pada rumusan masalah penelitian, yaitu bahwa seluruh karakteristik PMRI yang menjadi landasan desain pembelajaran berperan dalam mengembangkan kemampuan penalaran spasial siswa SMP guna memahami konsep volume dan luas permukaan. Penggunaan konteks menghitung lilin mainan mampu menghantarkan siswa “menemukan” kembali konsep volume dan konteks mengecat mampu menghantarkan siswa “menemukan” kembali konsep luas permukaan dan memahami perubahan luas permukaan pada bangun ruang dengan volume yang sama. Penggunaan konteks tersebut mampu membuat siswa bereksplorasi dan melakukan pemodelan dengan berinteraksi dengan rekan sekelompok sehingga tujuan pembelajaran tercapai bagi semua siswa. Karakteristik yang paling menonjol adalah karakteristik “interaktivitas”.

2. Saran

- Saran untuk perbaikan Hipotesis Lintasan Belajar: Permasalahan dan instruksi yang diberikan pada setiap LKS harus jelas dan perlunya penegasan mengenai keisometrian gambar.
- Saran untuk guru: Guru seharusnya lebih giat dalam menggali dan mempelajari pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)
- Saran untuk peneliti lain: Mengembangkan konteks yang akan digunakan sesuai dengan budaya dan lingkungan sekolah dan mengamati dengan baik perkembangan kemampuan penalaran spasial siswa. Jika kemampuan penalaran spasial siswa tidak berkembang dengan baik, maka aktivitas menentukan ukuran rusuk-rusuk kotak dan menentukan jumlah persegi satuan dapat dipisah sebagaimana HLB awal.

E. DAFTAR PUSTAKA

- Clements, Douglas H., dan Michael Batista. 1992. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: Geometri and Spatial Reasoning*. New York: MacMillan Publishing Company.
- Cobb P. dan Gravemeijer, K. 2006. *Design Research from a Learning Design Perspective: Educational Design Research*. London and New York: Routledge.

- Curry, Margareth dan Outhted, Lynne. 2005. "Conceptual Understanding of Spatial Measurement,"
- Dwi Sulistya Kusumaningrum/ 2012. *Penerapan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) untuk Mengembangkan Kemampuan Visualisasi Spasial pada Pokok Bahasan Volume Kubus dan Balok untuk Siswa Kelas VII-A SMP Negeri Cilebar*, Skripsi pada Program Studi Pendidikan Matematika UNJ, (Jakarta: Tidak diterbitkan).
- Dyke, Van, dkk. 2007. *Fundamental of Mathematics*, 9th Edition. USA: Thomson Brooks/Cole.
- Freudenthal, Hans. 1983. *Didactical Phenomenology of Mathematics Structure*. Boston: D. Reidel Publishing Company.
- Isiskal, Mine, dkk. 2010. "A study on investigating 8th grade students' reasoning skills on measurement: The Case of Cylinder." *Jurnal pada Education and Science 2010*, Vol. 35, No. 156.
- KEMENDIKBUD. *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Tingkat SMP, MTs, dan SMPLB*. <http://litbang.kemdikbud.go.id/> (Diunduh tanggal 17 Juli 2013).
- Martin, John D.. 2007. "Children's Understanding of Area of Rectangular Regions and Volumes of Rectangular Shapes and the Relationship of These Measures to Their Linear Dimensions", *Qualifying Paper Ph.D Program in MSTe Education, Turfts University*.
- NCTM, *Geometry, Spatial reasoning, and Measurement*. <http://www.nctm.org/handlers/aptifyattachmenthandler.ashx> (Diunduh tanggal 16 Maret 2013).
- NCTM. *Guiding Principles for Mathematics Curriculum and Assessment*. <http://www.nctm.org> (Diunduh tanggal 7 Januari 2013).
- Olkun, Sinan. 2003. *Establishing Conceptual Bases for The Measuremnt of Volume*. Turkey: Abant Izzet Baysal University.
- Olkun, Sinan. 2003. "Making Connection: Improving Spasial Abilities with Engineering Drawing Activities," *International journal of Mathematics Teaching and Learning*.
- Traffers, A. 2004. "Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics" dalam Arthur Bakker (Eds.), *Design Research in Statistics Education: On Symbolizing and Computer Tools*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Unal, Hasan, dkk. 2009. "Difference in Learning Geometry among High and Low Spasial Ability Pre-service Mathematics Teachers", *International Journal of Mathematical Education in Science and Tecnology*, vol 40, No.8.
- Velez, Maria C., dkk. 2005. *Understanding Visualization through Spasial Ability Differences*. New Jersey: The State University.
- Walle, John A. Van De. 2008. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developenementally*, 7th edition. Boston: Allyn and Bacon.
- Wardhani, Sri. 2008. *Analisis SI dan SKL Mata Pelajaran SMO/MTs untuk Optimalisasikan Pencapaian Tujuan*, Yogyakarta: PPPPTK Matematika.